

Équipe combinatoire algébrique et calcul symbolique (CACS)

1er janvier 2013 → 30 juin 2018

Visite du comité HCERES

13 février 2019



Présentation très générale

- ▷ L'équipe CACS comprend actuellement **8 permanents** et **2 doctorants**.
- ▷ Activité principale en **combinatoire** (CNU 27, CoNRS 6).
- ▷ L'expérimentation informatique joue un rôle fondamental.
- ▷ Thèmes de recherche :
 - ▷ Algèbres de Hopf combinatoires
 - ▷ Opérades
 - ▷ Probabilités libres, matrices aléatoires
 - ▷ Combinatoire bijective et énumérative
 - ▷ Multizêtas et calcul moulien
 - ▷ Théorie des invariants et information quantique
 - ▷ Groupes de Coxeter
- ▷ L'équipe a une activité éditoriale et de publication soutenue dans les journaux et conférences de référence de ses domaines de recherche.

Effectifs

Date	Ens.-cherch.	Cherch.	Doc.	Post-doc.	Emérites
jan 2013	5	2	7	1	2
	3 PR, 2 Mdc	1 DR, 1 CR			
juin 2018	6	2	3	0	1
	3 PR, 3 Mdc	1 DR, 1 CR			

Membres permanents

J.-C. Novelli (PR), **J.-Y. Thibon** (PR), **F. Toumazet** (PR),
Ph. Biane (DR CNRS), **N. Borie** (MdC) ,
O. Bouillot (MdC), **S. Giraud** (MdC), **M. Josuat-Vergès** (CR CNRS)

Arrivées

Olivier Bouillot (MdC, 2017)

Départs

Alain Lascoux (décès, 2013)

Bilan scientifique

Production scientifique

- ▷ 50 articles de revues
- ▷ 20 actes de conférences
- ▷ Total : 70

Formation par la recherche

- ▷ Thèses en cours : 2
- ▷ Thèses soutenues : 8
- ▷ 1 habilitation
- ▷ 5 ATERs et 1 postdoc sur la période

Rayonnement

- ▷ **Philippe Biane** a présidé la section 41 (mathématiques) du comité national de 2012 à 2016.
- ▷ **Jean-Christophe Novelli** a dirigé le GT CombAlg du GdR-IM jusqu'en 2017.
- ▷ **Jean-Yves Thibon** est membre honoraire de l'Institut Universitaire de France.

Activités éditoriales, conférences

- ▷ Séminaire Lotharingien de Combinatoire
- ▷ Journal of Algebra
- ▷ Annales de l'Institut Henri Poincaré, série D
- ▷ Discrete Mathematics and Theoretical Computer Science
- ▷ Publications mathématiques de l'IHES
- ▷ Astérisque
- ▷ Rendiconti del Seminario Matematici dell'Università di Padova
- ▷ Probability Theory and Related Fields
- ▷ FPSAC/SFCA : Comité Permanent

Réponses aux questions du comité

- ▷ **Chute du nombre de publications en 2017-2018** : essentiellement une fluctuation (délais de publication, articles perdus par les revues ...)
- ▷ pour 2018 : 6 articles en revue parus depuis juin
- ▷ pour 2019+ : 1 livre paru, 9 articles soumis, d'autres en préparation
- ▷ Problème structurel : chute du nombre de doctorants
- ▷ **Structuration de la communauté** : 3 PEPS soumis et refusés en 2015 et 2016, 1 DIM RFSI accepté en juin 2018.
- ▷ GT CombAlg du GDR Informatique Mathématique
- ▷ ANR CARMA (Marne-la-Vallée, Strasbourg, Calais, Nice, Clermont-Ferrand, Orsay, Rouen, Pise, Rome)
- ▷ Le groupe CARMA continue son activité avec des financements locaux. Projet CARPLO (suite) resoumis en octobre.

Thèmes scientifiques

- ▷ Algèbres de Hopf combinatoires
- ▷ Opérades
- ▷ Probabilités libres, matrices aléatoires
- ▷ Combinatoire bijective et énumérative
- ▷ Multizêtas et calcul moulien
- ▷ Théorie des invariants et information quantique
- ▷ Groupes de Coxeter

Ces thèmes ne sont pas indépendants, ce sont seulement des dominantes dans les publications.

Algèbres de Hopf combinatoires

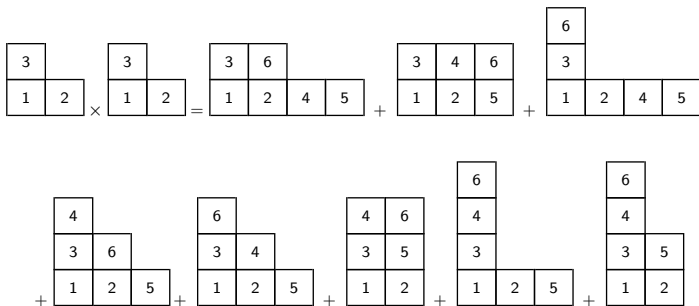
Jean-Christophe Novelli, Jean-Yves Thibon, Matthieu Josuat-Vergès, Samuele Giraud

Introduction

- ▷ Généralisations naturelles des fonctions symétriques : fonctions quasi-symétriques, fonctions symétriques non-commutatives, permutations, surjections, arbres, tableaux ...
- ▷ Reliées entre elles par des morphismes naturels
- ▷ “Résolution des multiplicités” : des coefficients entiers positifs deviennent des sommes d’objets distincts
- ▷ Réalisations polynomiales : les structures combinatoires codent des polynômes dont les produits et coproduits sont calculés par leurs algorithmes de composition et décomposition naturels
- ▷ Relèvements non commutatifs d’équations classiques

Résolution des multiplicités : exemple

$$s_{21}s_{21} = s_{42} + s_{33} + s_{411} + 2s_{321} + s_{222} + s_{3111} + s_{2211}$$



Réalisations polynomiales : exemple

$$\mathbf{G}_\sigma(A) = \sum_{w \in A^*: \text{std}(w) = \sigma} w$$

$$\mathbf{G}_{312}(a, b, c) = baa + caa + cab + cbb$$

$$(1 - \mathbf{G}_{12} + \mathbf{G}_{1234} - \mathbf{G}_{123456} + \dots)^{-1}$$

$$= 1 + \mathbf{G}_{12} + \mathbf{G}_{1324} + \mathbf{G}_{1423} + \mathbf{G}_{2314} + \mathbf{G}_{2413} + \mathbf{G}_{3412} + \dots$$

$$\frac{1}{\cos x} = 1 + 1 \frac{x^2}{2!} + 5 \frac{x^4}{4!} + \dots$$

Algèbres de Hopf combinatoires

Résultats

- ▷ Nouvelles congruences sur le monoïde libre, généralisant le monoïde plaxique, et combinatoire des m -structures (m -permutations, arbres $(m + 1)$ -aires, ordre m -Tamari, m -fonctions de parking, etc.)
- ▷ Réalisation polynomiale de l'algèbre de Connes-Kreimer et d'autres algèbres d'arbres ou de graphes
- ▷ Relèvements non commutatifs et interprétations combinatoires d'équations fonctionnelles : conjugaison (Poincaré/Schröder), moments-cumulants en probabilités libres
- ▷ Étude des déformations du produit de mélange

Perspectives

- ▷ Nouvelles applications en probabilités libres (travaux d'Hasebe et Lehner)
- ▷ Nouveaux résultats sur les séries de Lie
- ▷ Polynômes de Macdonald, polynômes LLT et fonctions de Hall-Littlewood

Opérades

Samuele Giraud, Jean-Christophe Novelli, Jean-Yves Thibon

Introduction

- ▷ Généralisation de la notion d'algèbre
- ▷ Compositions d'arbres modélisant des opérations multilinéaires sujettes à des relations
- ▷ En combinatoire : équations fonctionnelles pour des séries génératrices non commutatives

Résultats : nouvelles constructions fonctorielles

- ▷ Magmas unitaires \rightarrow Opérades non symétriques
- ▷ Pros \rightarrow algèbres de Hopf
- ▷ Posets \rightarrow Opérades

Probabilités

**Philippe Biane, Matthieu Josuat-Vergès, Jean-Christophe Novelli,
Jean-Yves Thibon**

Introduction

- ▷ Probabilités libres : matrices aléatoires, relations moments cumulants, équations fonctionnelles non commutatives
- ▷ Probabilités classiques : interprétations probabilistes de résultats combinatoires

Résultats

- ▷ Relèvement du théorème de Kirchhoff : chaîne de Markov sur les arbres recouvrants d'un graphe
- ▷ Lien entre calculs de cumulants libres et énumération de tresses
- ▷ Relèvement au groupe d'une opérade du théorème de Speicher sur les cumulants libres

Combinatoire bijective et énumérative

Philippe Biane, Matthieu Josuat-Vergès, Nicolas Borie

Résultats

- ▷ Dénombrement de chaînes maximales de partitions non-croisées
- ▷ Dénombrement de points entiers dans des polytopes
- ▷ Solution partielle du problème Gog-Magog
- ▷ Dénombrement de prographes

Groupes de Coxeter

Membres : Philippe Biane, Matthieu Josuat-Vergès

- ▷ introduction de deux nouveaux ordres sur les groupes de Coxeter
- ▷ énumération de leurs intervalles
- ▷ lien avec partitions non croisées et avec les algèbres amassées

Multizêtas, calcul moulien

Olivier Bouillot, Jean-Christophe Novelli, Jean-Yves Thibon

Introduction

- ▷ Les multizêtas sont des valeurs de fonctions quasi-symétriques sur l'alphabet $x_n = \frac{1}{n}$
- ▷ Calcul moulien : formalisme original dû à J. Ecalle pour manipuler des séries formelles non commutatives

Résultats

- ▷ Étude des multitangentes et des multizêtas d'Hurwitz : preuve de la résurgence
- ▷ Caractérisation de leurs relations algébriques
- ▷ Invariants de conjugaison des difféomorphismes tangents à l'identité : calcul effectif

Invariants, information quantique

Nicolas Borie, Jean-Yves Thibon

Introduction

- ▷ Trouver des bases de polynômes invariants par des actions de groupe

Résultats

- ▷ Nouvel algorithme pour le calcul des invariants secondaires des groupes symétriques
- ▷ Application : graphes à 5 sommets (inaccessible auparavant)
- ▷ Description géométrique des orbites SLOCC de 4 qubits et algorithmes de décision de l'équivalence

Analyse SWOT

Points forts

- ▷ Reconnaissance internationale
- ▷ Organisation originale (séminaire, gestion des thèses, préparation des conférences)
- ▷ Forte cohésion (vraie équipe, graphe de collaboration connexe)

Points à améliorer

- ▷ Difficulté à trouver de bons étudiants en thèse
- ▷ Fragilité due à la petite taille

Risques liés au contexte

- ▷ Départs dans les prochaines années

Possibilités liées au contexte

- ▷ Parcours math-info : 2 étudiants sur 4 en combinatoire
- ▷ Possibilités d'interactions avec le LAMA ?

Projets et perspectives

Principaux axes scientifiques

- ▷ Ouverture vers les probabilités et la renormalisation
- ▷ Nouvelles structures provenant de développements récents sur les EDP stochastiques : chemins rugueux, structures de régularité
- ▷ Liens avec les algèbres de Hopf combinatoires
- ▷ Liens avec la théorie du contrôle (opérateurs de Fliess)
- ▷ Projets en collaboration avec les anciens de l'ANR CARMA et le GDR renormalisation