

Bilan et projets de l'Equipe Signal et Communications du Laboratoire d'Informatique de l'Institut Gaspard-Monge, UMR CNRS 8049

5 février 2009



Composition de l'équipe

- Permanents
 - PU : Ph. Loubaton, J.-C. Pesquet
 - MCU : A. Chevreuil, C. Vignat
 - CR CNRS : C. Chaux
 - Prof. ESIEE : J.-F. Bercher
- Doctorants
 - 2 boursiers CIFRE (C. Artigue et F. Dupuy)
 - 1 allocation Ile de France (L. Chaâri)
 - 1 financement sur contrat (E. Florian)
 - 1 boursier GET (M. Kaâniche)
 - 1 allocataire ED ICMS (N. Pustelnik)
 - 1 boursier BDI CNRS (P. Vallet)
- Post-doctorant ANR (L. Fathi)

■ Traitement statistique pour les communications

- Estimation aveugle pour la surveillance du spectre radio-électrique (A.Chevreuil, Ph. Loubaton)
- Séparation de sources (A.Chevreuil, Ph. Loubaton, J.-C. Pesquet)

Extension à des mélanges de sources cyclostationnaires des fonctions de contraste usuelles. Applications au contrôle du spectre.

- Grandes matrices aléatoires et applications (Ph.Loubaton)

Analyse asymptotique de fonctionnelles des valeurs propres de $(A + W)(A + W)^H$ où A déterministe et W à entrées indépendantes centrées, de variances différentes. Algorithme permettant de configurer de façon optimale l'émetteur pour un canal MIMO de Rice.

- Traitement statistique pour les communications
 - Estimation aveugle pour la surveillance du spectre radio-électrique
 - Séparation de sources
 - Grandes matrices aléatoires et applications
- **Ondelettes et traitement d'images** (C. Chaux, J.-C. Pesquet)

Introduction de la théorie des opérateurs proximaux [Moreau, 1965] dans les méthodes de résolution de problèmes inverses à l'aide d'ondelettes.

- Traitement statistique pour les communications
 - Estimation aveugle pour la surveillance du spectre radio-électrique
 - Séparation de sources
 - Grandes matrices aléatoires et applications
- Ondelettes et traitement d'images
- **Théorie de l'information** (J.-F. Bercher, C. Vignat)

Organisation du *2nd EPFL/UPFMLV Workshop on Entropy*, les 8 et 9 Septembre 2008.

- Traitement statistique pour les communications
 - Estimation aveugle pour la surveillance du spectre radio-électrique
 - Séparation de sources
 - Grandes matrices aléatoires et applications
- Ondelettes et traitement d'images
- Théorie de l'information

Le fil conducteur :
outils statistiques de traitement des signaux 1D et 2D

Thèses

- S. Touati (2004)
- M. Castella (2004) : MC à Telecom SudParis
- B. Mouhouche (2005) : ingénieur à Freescale
- P. Jallon (2006) : ingénieur de recherche au CEA
- J. Dumont (2006) : professeur en classes préparatoires
- C. Chaux (2006) : CR CNRS
- W. Miled (2007) : post-doc Telecom ParisTech
- J. Gauthier (2008) : post-doc Telecom ParisTech

HDR

- C. Vignat (2006)
- A. Chevreuil (2008)

Bilan d'activité

Publications 2004-2008

- articles de revues : 60
- actes de conférences : 81
- chapitre d'ouvrage : 1
- brevets : 2

Bilan d'activité

Publications 2004-2008

- articles de revues : 60
- actes de conférences : 81
- chapitre d'ouvrage : 1
- brevets : 2

Conventions

- 8 contrats industriels (France Telecom, IFP,...) dont responsabilité d'une partie d'un PEA avec la DGA impliquant 5 laboratoires français (331 Keuros)
- contrats européens : participation au réseau d'excellence NEWCOM et responsabilité de la partie française de NEWCOM++ (19 Keuros)
- financements institutionnels : 1 ANR Telecom, 2 ANR Masses de Données, 2 ACI NIM, 1 CMCU, 1 projet Santé,... (336 Keuros)

Logiciels

4 boîtes à outils Matlab/Scilab

Logiciels

4 boîtes à outils Matlab/Scilab

Prix et distinctions

- *Best student paper award* à *IEEE ICASSP 2005* (C. Chaux)
- *Best student paper award* à *EUSIPCO 2006* (W. Miled)
- *IEEE Signal Processing Magazine best award paper* en 2006 (J.-C. Pesquet)
- prix de la meilleure thèse décerné par la section Signal et Images du Club EEA en 2008 (C. Chaux)
- élévation au grade de *Fellow IEEE* de Ph. Loubaton en 2008

Responsabilités scientifiques

- 2004- : Membre nommé CNU 61 (Ph. Loubaton)
- 2004-2006 : *AE IEEE Sig. Proc. Letter* (J.-C. Pesquet)
- 2004-2006 : membre de la commission ANR Télécom (Ph. Loubaton)
- 2005-2007 : *AE IEEE Trans. Sig. Proc.* (Ph. Loubaton)
- 2005 : *Technical Chairman IEEE ICASSP* (J.-C. Pesquet)
- 2006- : Membre nommé du conseil scientifique du département ST2I (Ph. Loubaton)
- 2006- : *AE EURASIP Sig. Proc.* (Ph. Loubaton)
- 2007 : Membre du jury d'attribution des PEDR en section 61 (J.-C. Pesquet)
- 2008- : Rédacteur *Trait. Sig.* (Ph. Loubaton)
- 2008- : Membre de la commission (rapporteur) des ANR blanche et jeunes chercheurs (J.-C. Pesquet)

- Visite de 8 mois de V. Girko (Académie des Sciences de Kiev) en 2005
- Collaborations internationales : L. Pastur (Institut des Basses Températures, Ukraine), A. Benazza (Sup'Com Tunis), P. Harremoës et C. Berg (Département de Mathématiques de l'Université de Copenhague), O. Lévêque (Laboratoire d'Informatique Théorique, EPFL), A. Plastino (Laboratoire de Physique de La Plata),...
- Collaborations nationales : W. Hachem et J. Najim (LTCI, Telecom ParisTech), P. Combettes (Laboratoire J.L. Lions, Université Pierre et Marie Curie), S. Zozor (Gipsa-Lab),...

- Poursuite des travaux sur la séparation de sources appliquée aux communications numériques dans le cadre du PEA avec la DGA
- Exploration des liens entre grandes matrices aléatoires et estimation statistique (projet ANR SESAME)
- Développement des aspects applicatifs en imagerie médicale (fin du projet ANR OPTIMED) et en microscopie biologique (collaboration avec l'INRIA)
- Etude de problèmes variationnels en imagerie mettant en œuvre des critères plus sophistiqués
- Renforcement des activités en théorie de l'information avec l'intégration de J.-F. Bercher.
- Participation au master informatique

Méthodes proximales pour la restauration/reconstruction d'images

Modèle

Objectif : restaurer/reconstruire une image \bar{y} dans un espace de Hilbert réel séparable \mathcal{G} à partir d'une observation $z \in \mathcal{G}$ bruitée et dégradée par T un opérateur linéaire continu de \mathcal{G} dans \mathcal{G}

Modèle

Objectif : restaurer/reconstruire une image \bar{y} dans un espace de Hilbert réel séparable \mathcal{G} à partir d'une observation $z \in \mathcal{G}$ bruitée et dégradée par T un opérateur linéaire continu de \mathcal{G} dans \mathcal{G}

Utilisation d'une trame

- L'image \bar{y} peut être représentée par ses coefficients \bar{x} de trame:

$$\bar{y} = F^* \bar{x}$$

- L'espace de ces coefficients est un espace de Hilbert réel \mathcal{H}
- F^* est l'opérateur de synthèse de trame, *i.e.* il existe $(\underline{\nu}, \bar{\nu}) \in]0, +\infty[^2$ tel que $\underline{\nu} \text{Id} \leq F^* \circ F \leq \bar{\nu} \text{Id}$
 $\Rightarrow F^*$ est surjective.

Approche variationnelle convexe

- Soit $\Gamma_0(\mathcal{H})$: classe des fonctions convexes semi-continues inférieurement de \mathcal{H} vers $]-\infty, +\infty]$, non identiquement égales à $+\infty$.
- Soient $f \in \Gamma_0(\mathcal{H})$ et $g \in \Gamma_0(\mathcal{H})$ différentiable sur \mathcal{H} avec un **gradient β -Lipschitz** où $\beta \in]0, +\infty[$.
- L'objectif est de

$$\underset{x \in \mathcal{H}}{\text{minimiser}} \quad f(x) + g(x).$$

- f est souvent **non lisse afin de favoriser la parcimonie** de la représentation dans la trame.

Lien avec les approches bayésiennes

- Images de tailles $N_1 \times N_2$ et donc $\mathcal{G} = \mathbb{R}^N$ où $N = N_1 N_2$
- $\mathcal{H} = \mathbb{R}^K$ avec $K/N \geq 1$: redondance de la trame
- L'image $\bar{u} = T\bar{y}$ (resp. $z = (z^{(i)})_{1 \leq i \leq N}$) est une réalisation d'un vecteur aléatoire $\bar{U} = (\bar{U}^{(i)})_{1 \leq i \leq N}$ (resp. $Z = (Z^{(i)})_{1 \leq i \leq N}$)
- Conditionnellement à $\bar{U} = (u^{(i)})_{1 \leq i \leq N}$, le vecteur aléatoire Z a des composantes indépendantes
- On s'intéresse à des distributions de bruit du type

$$(\forall i \in \{1, \dots, N\})(\forall v \in \mathbb{R}) \quad \mu_{Z^{(i)}|\bar{U}^{(i)}=v}(v) \propto \exp(-\psi_i(v))$$

où $\psi_i \in \Gamma_0(\mathbb{R})$.

- \bar{x} est une réalisation d'un vecteur aléatoire \bar{X} de composantes indépendantes. Chaque composante $\bar{X}^{(k)}$ avec $k \in \{1, \dots, K\}$ de \bar{X} , a une densité de probabilité $\exp(-\phi_k(\cdot)) / \int_{-\infty}^{+\infty} \exp(-\phi_k(\eta)) d\eta$ où ϕ_k fonction finie de $\Gamma_0(\mathbb{R})$.

Estimateur MAP

- Terme d'attache aux données :

$$g = \Psi \circ T \circ F^*$$

avec

$$(\forall u = (u^{(i)})_{1 \leq i \leq N} \in \mathcal{G}) \quad \Psi(u) = \sum_{i=1}^N \psi_i(u^{(i)})$$

$$\text{Ex. : } \psi_i = \frac{1}{2\sigma_i^2} (\cdot - z^{(i)})^2$$

- Terme d'a priori :

$$(\forall x = (x^{(k)})_{1 \leq k \leq K} \in \mathcal{H}) \quad f(x) = \sum_{k=1}^K \phi_k(x^{(k)})$$

$$\text{Ex. : } \phi_k = \omega_k |\cdot|^{p_k} \text{ avec } \omega_k > 0 \text{ et } p_k \geq 1$$

Outil fondamental : l'opérateur prox

- $\varphi \in \Gamma_0(\mathcal{H})$.

Pour tout $x \in \mathcal{H}$, la fonction $y \mapsto \varphi(y) + \|x - y\|^2/2$ atteint son minimum en un **point unique** noté $\text{prox}_\varphi x$. L'opérateur

$$\text{prox}_\varphi : \mathcal{H} \rightarrow \mathcal{H} : x \mapsto \arg \min_{y \in \mathcal{H}} \varphi(y) + \frac{1}{2} \|x - y\|^2$$

est appelé **l'opérateur proximal** de φ .

Outil fondamental : l'opérateur prox

- $\varphi \in \Gamma_0(\mathcal{H})$.

Pour tout $x \in \mathcal{H}$, la fonction $y \mapsto \varphi(y) + \|x - y\|^2/2$ atteint son minimum en un **point unique** noté $\text{prox}_\varphi x$. L'opérateur

$$\text{prox}_\varphi : \mathcal{H} \rightarrow \mathcal{H} : x \mapsto \arg \min_{y \in \mathcal{H}} \varphi(y) + \frac{1}{2} \|x - y\|^2$$

est appelé **l'opérateur proximal** de φ .

Quelques propriétés:

- Soit $\psi = \varphi(\cdot - z)$, où $z \in \mathcal{H}$. On a: $\text{prox}_\psi x = z + \text{prox}_\varphi(x - z)$.
- Soit $\psi = \varphi(\cdot/\rho)$, où $\rho \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$. On a:
 $\text{prox}_\psi x = \rho \text{prox}_{\varphi/\rho^2}(x/\rho)$.
- Soit $\psi : y \mapsto \varphi(-y)$. On a: $\text{prox}_\psi x = -\text{prox}_\varphi(-x)$.

Proposition

Soient \mathcal{G} un espace de Hilbert réel, $f \in \Gamma_0(\mathcal{G})$ et $L : \mathcal{H} \rightarrow \mathcal{G}$ un opérateur borné tel que $\text{Im } L$ est fermée. Supposons que $L \circ L^* = \mu \text{Id}$, pour $\mu \in]0, +\infty[$, et que $\text{cone}(\text{dom } f - \text{Im } L)$ soit un sous espace vectoriel fermé de \mathcal{H} , alors $f \circ L \in \Gamma_0(\mathcal{H})$ et

$$\text{prox}_{f \circ L} = \text{Id} + \mu^{-1} L^* \circ (\text{prox}_{\mu f} - \text{Id}) \circ L$$

Exemple

F^* : opérateur de synthèse de trame ajustée ($\underline{\nu} = \bar{\nu} = \mu$).

C^* convexe non vide fermé de \mathcal{G} et $C = \{x \in \mathcal{H} \mid F^*x \in C^*\}$,

alors $P_C = \text{Id} + \mu^{-1} F \circ (P_{C^*} - \text{Id}) \circ F^*$

[Combettes, Pesquet, *A Douglas-Rachford Splitting Approach to Nonsmooth Convex Variational Signal Recovery*, IEEE Journal on Selected Topics in Sig. Proc. 2007]

Association de fonctions

Proposition

Soient \mathcal{G} un espace de Hilbert réel, $f \in \Gamma_0(\mathcal{G})$ et $L : \mathcal{H} \rightarrow \mathcal{G}$ un opérateur borné tel que $\text{Im } L$ est fermée. Supposons que $L \circ L^* = \mu \text{Id}$, pour $\mu \in]0, +\infty[$, et que $\text{cone}(\text{dom } f - \text{Im } L)$ soit un sous espace vectoriel fermé de \mathcal{H} , alors $f \circ L \in \Gamma_0(\mathcal{H})$ et

$$\text{prox}_{f \circ L} = \text{Id} + \mu^{-1} L^* \circ (\text{prox}_{\mu f} - \text{Id}) \circ L$$

Proposition

Soit $f \in \Gamma_0(\mathcal{H})$ et soit C un sous-ensemble convexe fermé de \mathcal{H} tel que $C \cap \text{dom } f \neq \emptyset$, alors

- $(\forall x \in \mathcal{H}) \text{prox}_f x \in C \Rightarrow \text{prox}_{\iota_C + f} x = \text{prox}_f x$
- Supposons que $\mathcal{H} = \mathbb{R}$, alors $\text{prox}_{\iota_C + f} = P_C \circ \text{prox}_f$

[Combettes, Pesquet, *A Douglas-Rachford Splitting Approach to Nonsmooth Convex Variational Signal Recovery*, IEEE Journal on Selected Topics in Sig. Proc. 2007]

Proposition

Soit R une fonction de \mathbb{R} dans \mathbb{R} . R est l'opérateur proximal d'une fonction de $\Gamma_0(\mathbb{R})$ *si et seulement si R est contractante et croissante.*

Définition

Soient $R: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ et $\Omega \subset \mathbb{R}$ un intervalle fermé non vide, alors R est un *seuilleur proximal* sur Ω s'il existe une fonction $\phi \in \Gamma_0(\mathbb{R})$ telle que

$$R = \text{prox}_\phi \quad \text{et} \quad (\forall x \in \mathbb{R}) \quad Rx = 0 \Leftrightarrow x \in \Omega.$$

[Combettes, Pesquet, *Proximal thresholding algorithm for minimization over orthonormal bases*, SIAM Journal on Optimization 2007]

Seuilleurs proximaux

Theorème

Soient $\phi \in \Gamma_0(\mathbb{R})$ et $\Omega \subset \mathbb{R}$ un intervalle fermé non vide. Il y a l'équivalence entre :

- 1 prox_ϕ est un seuilleur proximal sur Ω .
- 2 $\phi = \psi + \sigma_\Omega$, où $\psi \in \Gamma_0(\mathbb{R})$ est différentiable en 0 telle que $\psi'(0) = 0$ et $\sigma_\Omega: u \mapsto \sup_{x \in \Omega}(xu)$ est la fonction d'appui de Ω .

Proposition

Soient $\phi = \psi + \sigma_\Omega$, où $\psi \in \Gamma_0(\mathbb{R})$ et $\Omega \subset \mathbb{R}$ un intervalle fermé non vide. Supposons que ψ est différentiable en 0 avec $\psi'(0) = 0$, alors $\text{prox}_\phi = \text{prox}_\psi \circ \text{soft}_\Omega$ où

$$\text{soft}_\Omega: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}: \xi \mapsto \begin{cases} \xi - \underline{\omega}, & \text{si } \xi < \underline{\omega}; \\ 0, & \text{si } \xi \in \Omega; \\ \xi - \bar{\omega}, & \text{si } \xi > \bar{\omega}, \end{cases} \text{ avec } \begin{cases} \underline{\omega} = \inf \Omega, \\ \bar{\omega} = \sup \Omega. \end{cases}$$

Implicite-explicite (forward-backward)

- Hypothèses : g est différentiable sur \mathcal{H} avec un gradient β -Lipschitz où $\beta \in]0, +\infty[$ et $\text{Argmin}(f + g) \neq \emptyset$
- Requier le calcul de ∇g et de prox_f
- Converge faiblement vers une solution du problème.

[Chaux, Combettes, Pesquet, Wajs, *A variational formulation for frame-based inverse problems*, Inverse Problems, 2007]

Douglas-Rachford

- Hypothèses : $\text{int}(\text{dom } f) \cap \text{dom } g \neq \emptyset$ et $\text{Argmin}(f + g) \neq \emptyset$
- Requier le calcul de prox_g et de prox_f
- Converge faiblement vers une solution du problème.

Ajout d'une contrainte convexe

Soit C un **convexe fermé non vide** de \mathcal{H} .

Nouvel objectif

$$\underset{x \in C}{\text{minimiser}} \quad f(x) + g(x).$$

Contrainte convexe

Soit C^* un convexe fermé de \mathcal{G} tel que $(TC^*) \cap \text{dom } \Psi \neq \emptyset$ alors

$$C = \{x \in \mathcal{H} \mid F^*x \in C^*\}$$

Ajout d'une contrainte convexe

Soit C un **convexe fermé non vide** de \mathcal{H} .

Nouvel objectif

$$\underset{x \in C}{\text{minimiser}} \quad f(x) + g(x).$$

Contrainte convexe

Soit C^* un convexe fermé de \mathcal{G} tel que $(TC^*) \cap \text{dom } \Psi \neq \emptyset$ alors

$$C = \{x \in \mathcal{H} \mid F^*x \in C^*\}$$

Avantages

- Permet de contraindre la solution à un certain convexe (utile lorsqu'on a une information *a priori* sur la solution)
- Permet de traiter certains types de bruits (bruit de Poisson par exemple).

Algorithmes imbriqués

- ① Choisir $(\gamma_n)_{n \in \mathbb{N}}$ et $(\lambda_n)_{n \in \mathbb{N}}$ tels que $0 < \underline{\gamma} \leq \bar{\gamma} < 2\beta^{-1}$ et $(\forall n \in \mathbb{N}) 0 < \underline{\lambda} \leq \lambda_n \leq 1$. Soit $\underline{\tau} \in]0, 2]$.
- ② Poser $n = 0, x_0 \in C$.
- ③ Poser $x'_n = x_n - \gamma_n \nabla g(x_n)$.
- ④ Poser $z_{n,0} = 2 \operatorname{prox}_{\gamma_n f} x'_n - x'_n$.

Algorithmes imbriqués

- ① Choisir $(\gamma_n)_{n \in \mathbb{N}}$ et $(\lambda_n)_{n \in \mathbb{N}}$ tels que $0 < \underline{\gamma} \leq \bar{\gamma} < 2\beta^{-1}$ et $(\forall n \in \mathbb{N}) 0 < \underline{\lambda} \leq \lambda_n \leq 1$. Soit $\underline{\tau} \in]0, 2]$.
- ② Poser $n = 0, x_0 \in C$.
- ③ Poser $x'_n = x_n - \gamma_n \nabla g(x_n)$.
- ④ Poser $z_{n,0} = 2 \operatorname{prox}_{\gamma_n f} x'_n - x'_n$.
- ⑤ Pour $m = 0, \dots, M_n - 1$
 - a) Calculer $z_{n,m+\frac{1}{2}} = P_C \left(\frac{z_{n,m} + x'_n}{2} \right)$.
 - b) Choisir $\tau_{n,m} \in [\underline{\tau}, 2]$.
 - c) Calculer $z_{n,m+1} = z_{n,m} + \tau_{n,m} (\operatorname{prox}_{\gamma_n f}(2z_{n,m+\frac{1}{2}} - z_{n,m}) - z_{n,m+\frac{1}{2}})$.
 - d) Si $z_{n,m+1} = z_{n,m}$, retour à ⑥.

Algorithmes imbriqués

- ① Choisir $(\gamma_n)_{n \in \mathbb{N}}$ et $(\lambda_n)_{n \in \mathbb{N}}$ tels que $0 < \underline{\gamma} \leq \bar{\gamma} < 2\beta^{-1}$ et $(\forall n \in \mathbb{N}) 0 < \underline{\lambda} \leq \lambda_n \leq 1$. Soit $\underline{\tau} \in]0, 2]$.
- ② Poser $n = 0, x_0 \in C$.
- ③ Poser $x'_n = x_n - \gamma_n \nabla g(x_n)$.
- ④ Poser $z_{n,0} = 2 \operatorname{prox}_{\gamma_n f} x'_n - x'_n$.
- ⑤ Pour $m = 0, \dots, M_n - 1$
 - a) Calculer $z_{n,m+\frac{1}{2}} = P_C \left(\frac{z_{n,m} + x'_n}{2} \right)$.
 - b) Choisir $\tau_{n,m} \in [\underline{\tau}, 2]$.
 - c) Calculer $z_{n,m+1} = z_{n,m} + \tau_{n,m} (\operatorname{prox}_{\gamma_n f}(2z_{n,m+\frac{1}{2}} - z_{n,m}) - z_{n,m+\frac{1}{2}})$.
 - d) Si $z_{n,m+1} = z_{n,m}$, retour à ⑥.
- ⑥ Poser $x_{n+1} = x_n + \lambda_n (z_{n,m+\frac{1}{2}} - x_n)$.

Algorithmes imbriqués

- ① Choisir $(\gamma_n)_{n \in \mathbb{N}}$ et $(\lambda_n)_{n \in \mathbb{N}}$ tels que $0 < \underline{\gamma} \leq \bar{\gamma} < 2\beta^{-1}$ et $(\forall n \in \mathbb{N}) 0 < \underline{\lambda} \leq \lambda_n \leq 1$. Soit $\underline{\tau} \in]0, 2]$.
- ② Poser $n = 0, x_0 \in C$.
- ③ Poser $x'_n = x_n - \gamma_n \nabla g(x_n)$.
- ④ Poser $z_{n,0} = 2 \operatorname{prox}_{\gamma_n f} x'_n - x'_n$.
- ⑤ Pour $m = 0, \dots, M_n - 1$
 - a) Calculer $z_{n,m+\frac{1}{2}} = P_C \left(\frac{z_{n,m} + x'_n}{2} \right)$.
 - b) Choisir $\tau_{n,m} \in [\underline{\tau}, 2]$.
 - c) Calculer $z_{n,m+1} = z_{n,m} + \tau_{n,m} (\operatorname{prox}_{\gamma_n f}(2z_{n,m+\frac{1}{2}} - z_{n,m}) - z_{n,m+\frac{1}{2}})$.
 - d) Si $z_{n,m+1} = z_{n,m}$, retour à ⑥.
- ⑥ Poser $x_{n+1} = x_n + \lambda_n (z_{n,m+\frac{1}{2}} - x_n)$.
- ⑦ Incrémenter n ($n \leftarrow n + 1$) et retour à ③.

[Chaux, Pesquet, Pustelnik, *Nested iterative algorithms for convex constrained image recovery problems*, accepté à SIAM Journal on Imaging Sciences 2009]

Proposition

Hypothèses : $\text{Argmin}(f + g + \iota_C) \neq \emptyset$ et $C \cap \text{int dom } f \neq \emptyset$

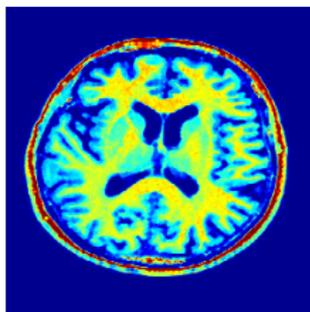
- 1 Il existe une suite d'entiers positifs $(\bar{M}_n)_{n \in \mathbb{N}}$ tels que, si $(\forall n \in \mathbb{N}) M_n \geq \bar{M}_n$ alors, $(x_n)_{n \in \mathbb{N}}$ *converge faiblement* vers une solution du problème
- 2 $(x_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est une suite d'éléments de C .

[Chaux, Pesquet, Pustelnik, *Nested iterative algorithms for convex constrained image recovery problems*, accepté à SIAM Journal on Imaging Sciences 2009]

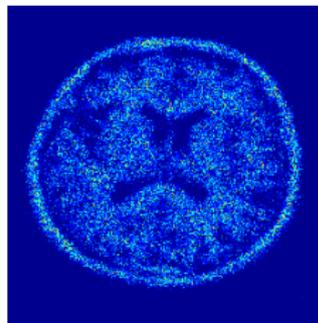
- Image “Sebal” 256×256 représentant une coupe cérébrale
- T est un opérateur de flou uniforme 5×5
- Le bruit considéré est poissonnien
- Trame ajustée : analyse en arbre dual ($\underline{\nu} = \bar{\nu} = 2$)
- Les potentiels ϕ_k sont pris de la forme $\phi_k = \chi_k |\cdot| + \omega_k |\cdot|^{p_k}$ où $(\chi_k, \omega_k) \in]0, +\infty[^2$ et $p_k \in \{4/3, 3/2, 2\}$ sont adaptés par sous-bande
- $C^* = [0, 255]^{256 \times 256}$

[Chaux, Duval, Pesquet *Image analysis using a dual-tree M-band wavelet transform*, IEEE Trans. on Im. Proc. 2006]

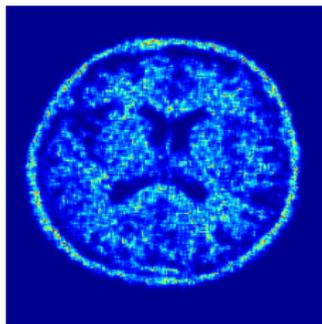
Résultats



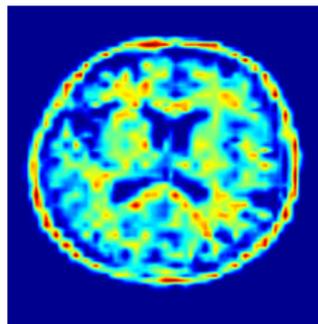
Originale



Dégradée



EM



Méthode proposée

Conclusion

Conclusion

- Construction de nouveaux algorithmes dont la convergence est garantie (même en dimension infinie) et permettant de résoudre une large classe de problèmes convexes
- Utilisation des ondelettes (bases ou trames redondantes) → *a priori* simple sur les données mais souvent non lisse

Conclusion

Conclusion

- Construction de nouveaux algorithmes dont la convergence est garantie (même en dimension infinie) et permettant de résoudre une large classe de problèmes convexes
- Utilisation des ondelettes (bases ou trames redondantes) \rightarrow *a priori* simple sur les données mais souvent non lisse

En cours

- Application à la Tomographie par Emission de Positrons 3D (2D+t) dans le cadre du projet ANR OPTIMED